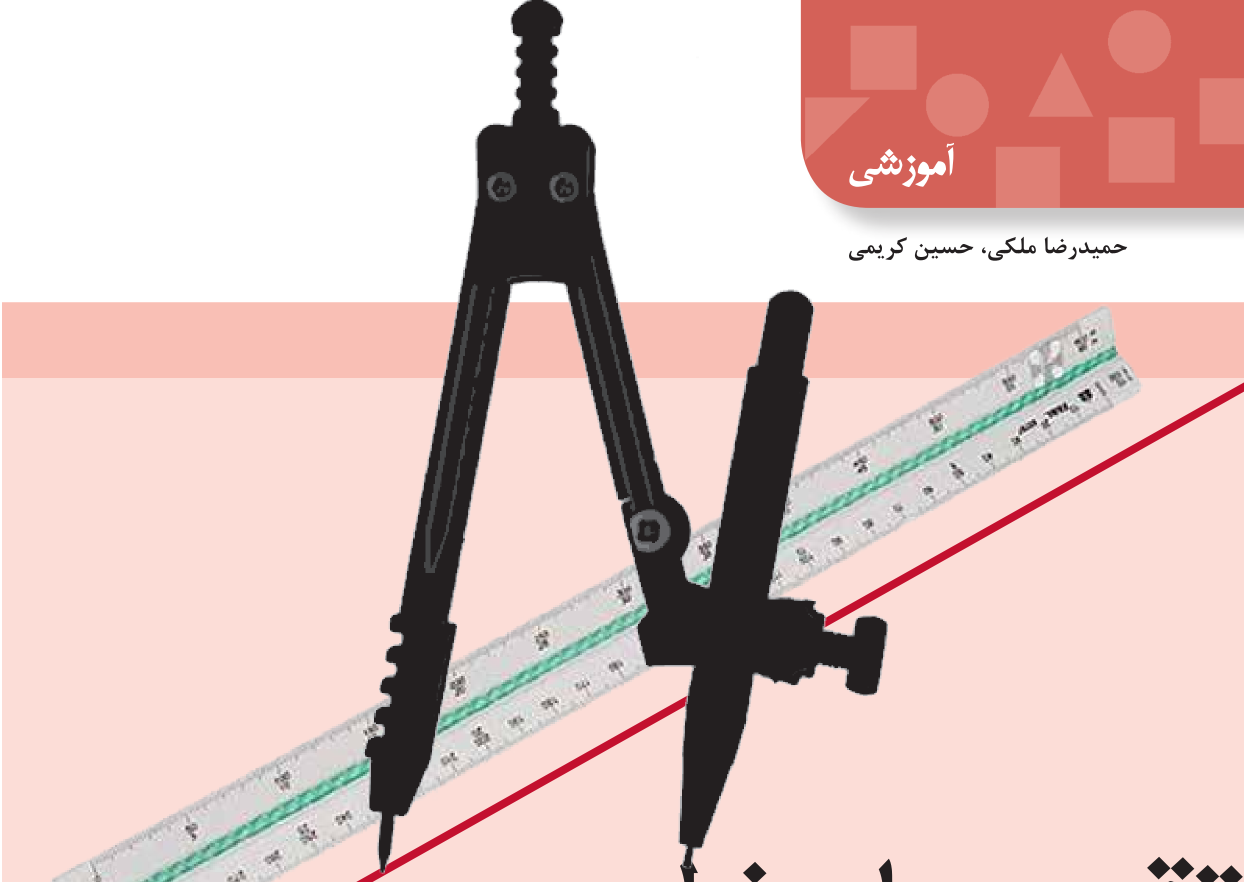
حمیدرضا ملکی، حسین کریمی



تقسیم پاره‌خط به چهار قسمت مساوی به‌وسیلهٔ خط‌کش و پرگار

اشاره

چندی پیش در یکی از آزمون‌ها سؤالی توجه ما را به خود جلب کرد:

می‌خواهیم به کمک پرگار و خط‌کش یک پاره‌خط را به چهار قسمت مساوی تقسیم کنیم.

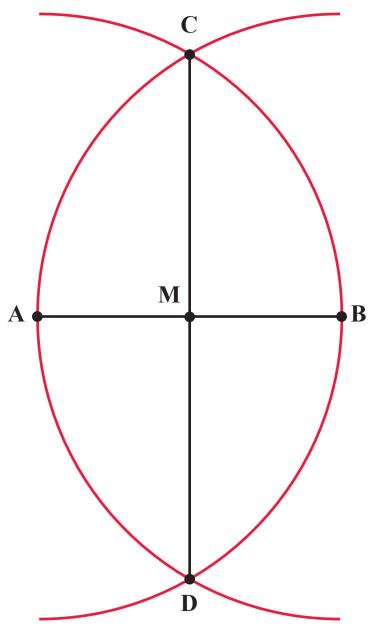
حداقل چند دایره باید رسم کنیم؟

۱) ۶ ۲) ۵ ۳) ۴ ۴) ۳

حقیقتاً هنوز توجیه نشده‌ایم که: طرح چنین سؤالی در یک آزمون که حتی جواب سؤال جزو گزینه‌ها هم نیست، چه بار آموزشی دارد و هدف طراح چه بوده است؟

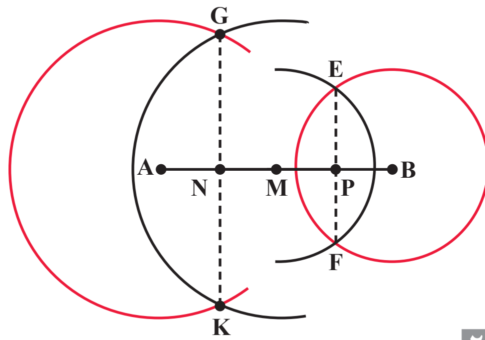
الف) با رسم شش دایره

گام اول: دو دایره به مرکزهای A و B و به شعاع R=AB رسم می‌کنیم تا یکدیگر را در C و D قطع کنند (شکل ۱). M محل تلاقی AB و CD نقطهٔ وسط AB است.



شکل ۱

✱ **گام دوم:** دو دایره به مرکزهای B و M و به شعاع $R_1 > \frac{MB}{2}$ رسم می‌کنیم تا یکدیگر را در E و F قطع کنند (شکل ۲). محل تلاقی MB با EF را P می‌نامیم.



شکل ۲

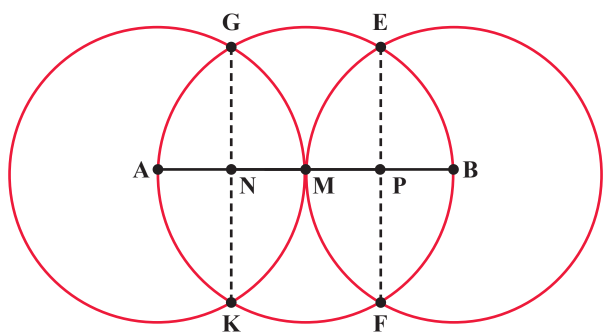
دو دایره به مرکزهای M و A و به شعاع $R_2 > \frac{MA}{2}$ رسم می‌کنیم تا یکدیگر را در G و K قطع کنند . محل تلاقی GK با AM را N می‌نامیم و داریم:

.AN=NM=MP=PB

ب) با رسم پنج دایره

مانند روش (الف) عمل می‌کنیم و فقط در گام دوم، با رسم سه دایره به مرکزهای A، M و B و به شعاع R_1=MA=MB کار را به‌پایان می‌رسانیم (شکل ۳).

AN=NM=MP=PB



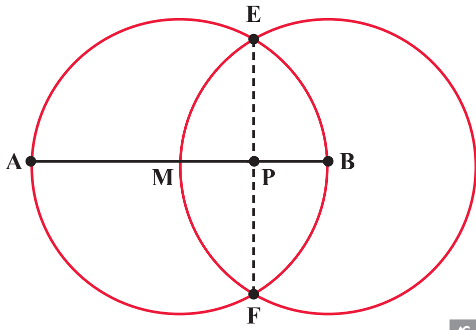
شکل ۳

ج) با رسم چهار دایره

✱ **گام اول:** با رســم دو دایره، وســط AB را مشــخص می‌کنیم.

AM=MB

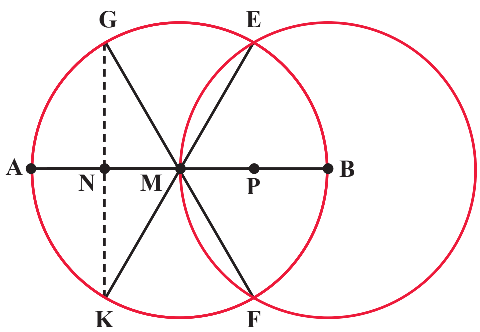
✱ **گام دوم:** دو دایره به مرکزهای B و M و به شــعاع MB رســم می‌کنیم تا یکدیگــر را در E و F قطع کننــد. داریم: MP=PB. (شکل ۴).



شکل ۴

✱ **گام سوم:** EM را امتــداد می‌دهیم تا دایره را در K، و نیز FM را امتداد می‌دهیم تا دایره را در G قطع کند (شکل ۵). GK، AM را در N قطع خواهد کرد و داریم:

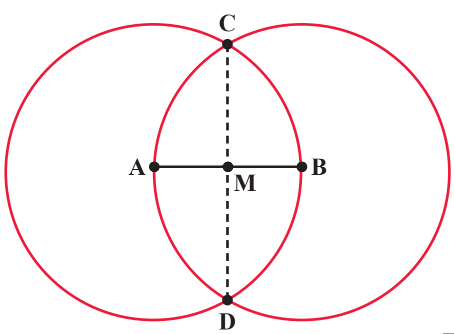
AN=NM=MP=PB



شکل ۵

د) با رسم سه دایره

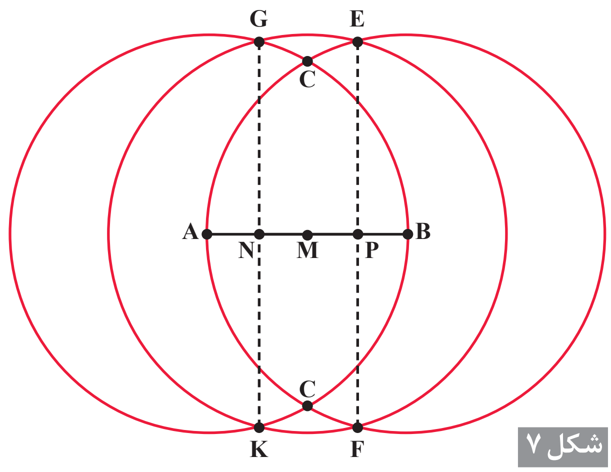
✱ **گام اول:** با رسم دو دایره به مرکزهای A و B و به شعاع R=AB، نقطهٔ M (وسط AB) را مشخص می‌کنیم (شکل ۶).



شکل ۶

✱ **گام دوم**: با رسم یک دایره به مرکز M و به همان شعاع R=AB، بـه نقطه‌های F، E، G و K می‌رسـیم و مطابق شـکل ۷ عمل می‌کنیم که خواهیم داشت:

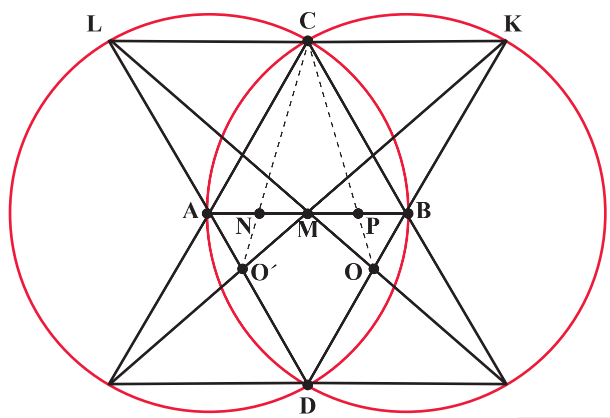
AN=NM=MP=PB



شکل ۷

هـ) با رسم دو دایره

دو دایره به مرکزهای A و B و به شـعاع AB رسـم می‌کنیم تا یکدیگـر را در D و C قطع کنند (شـکل ۸). M محل تلاقی AB و CD، وسط AB می‌باشد.



شکل ۸

امتـداد DB و DA دو دایـره را در نقاط K و L قطع می‌کنند و داریـم: LC=CK و AB || LK نقطهٔ تلاقی DK با امتداد LM را O می‌نامیم.

دو مثلث OMB و OLK متشـابه‌اند و C وسـط LK. پس OC میانه است. در مثلث OMB، OP نیز میانه است و داریم: MP=PB.

به طریق مشـابه، O' را محل تلاقـی DL با امتداد KM در نظر می‌گیریم و به دلیل متشـابه بودن دو مثلث O'AM و O'LK و میانه بودن O'C داریم: AN=NM.

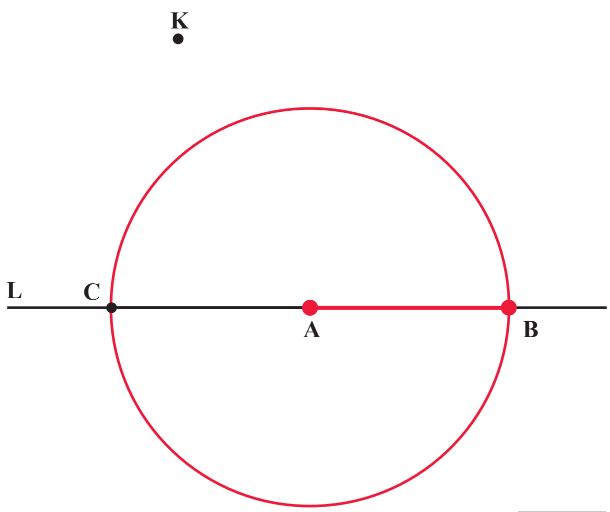
و در نهایت: AN=NM=MP=PB.

و) با رسم یک دایره

پاره‌خـط AB واقع بر خـط L را در نظر می‌گیریم و دایره‌ای به مرکز A و به شعاع AB رسم می‌کنیم (شکل ۹).

(این دایره، اولین و آخرین دایره‌ای است که رسم می‌کنیم.)

نقطهٔ دلخواه K را خارج از خط L در نظر می‌گیریم (مهم نیست که K در داخل یا رو و یا خارج دایره باشد).



شکل ۹

از نقطهٔ A خـط دلخواه Δ را می‌گذرانیم که، KB را در نقطهٔ S و امتـداد KC را در P قطع می‌کند (شـکل ۱۰). نقطهٔ تلاقی امتداد CS و PB را D می‌نامیم. KD یا همان خط d، خطی اسـت که از K می‌گذرد و به‌موازات AB(L || d) است؛ زیرا:

(۱) $\Delta KBD \xrightarrow{\text{منلائوس}} \frac{DG}{GK}\times\frac{KS}{SB}\times\frac{BP}{PD}=\text{۱}$

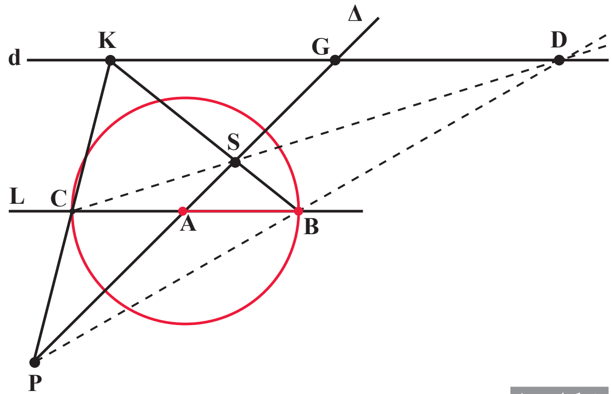
(۲) $\Delta KPD \xrightarrow{\text{سوا}} \frac{DG}{GK}\times\frac{KC}{CP}\times\frac{PB}{BD}=\text{۱}$

(۳) $\text{۱,۲}\Rightarrow \frac{KS}{SB}=\frac{KC\times PD}{CP\times BD}$ ۳

$\Delta KCB \xrightarrow{\text{منلائوس}} \frac{KS}{SB}\times\frac{BA}{AC}\times\frac{PC}{PK}=\text{۱} \xrightarrow{BA=AC}$

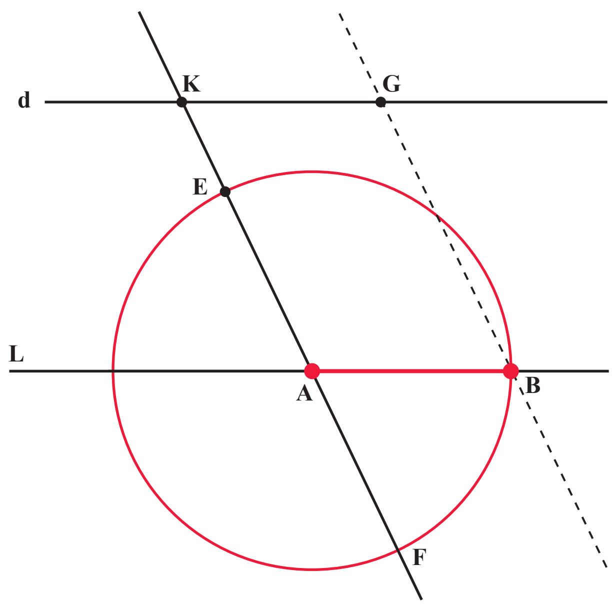
(۴) $\frac{KS}{SB}=\frac{PK}{PC}$

۳,۴ $\Rightarrow \frac{KC\times PD}{CP\times BD}=\frac{PK}{PC}\Rightarrow\frac{KC}{PK}=\frac{BD}{PD}\Rightarrow d\parallel L.$



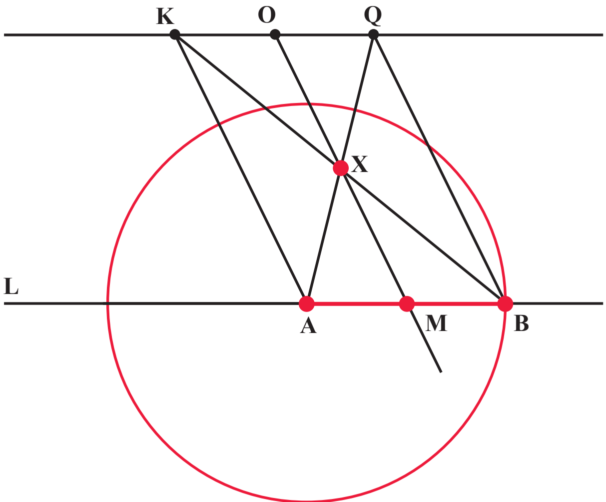
شکل ۱۰

از A بـه K وصل می‌کنیم و امتـداد می‌دهیم تا قطر EF پدید آید (شـکل ۱). مانند روشی که گفته شد، از B به موازات KF رسم می‌کنیم تا d را در Q قطع کند. بدیهی است که: KQ=AB.



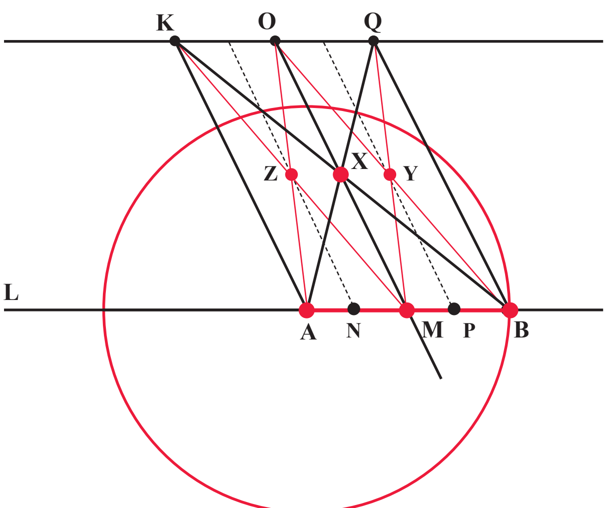
شکل ۱۱

از نقطهٔ X (محل تلاقی دو قطر متوازی‌الاضلاع KQBA)، مانند روشـی که قبلاً ذکر شد، به موازات KA خطی رسم می‌کنیم تا AB را در M و KQ را در O قطـع کند (شـکل ۱۲). بدیهی اسـت که: AM=MB.



شکل ۱۲

از نقطه‌های Z (محل تلاقی قطرهای متوازی‌الاضلاع KOMA) و Y (محل تلاقی قطرهای متوازی‌الاضلاع OQBM)، به همان روشی که قبلاً توضیح داده شد، به موازات KA خطی رسم می‌کنیم تا به ترتیب AM را در N $(AN = NM)$ و MB را در نقطهٔ P $(MP = PB)$ قطع کند (شکل ۱۳). داریم: $AN = NM = MP = PB$.



شکل ۱۳

✱ **یادآوری:** *اثبات هر دو قضیهٔ «سوا» و «منلائوس» در شمارهٔ قبل بیان شده است.*